

Класс: 9

Тема: Построение графика квадратичной функции

Цели: продолжить формирование умения строить график квадратичной функции и перечислять ее свойства; выявить влияние коэффициентов a , b и c на расположение графика квадратичной функции.

Планируемые результаты:

Предметные: уметь строить графики квадратичной функции, заданной формулой.

Личностные: осознание математической составляющей окружающего мира.

Регулятивные: осознание возникшей проблемы, определение последовательности и составление плана и последовательности действий для решения возникшей проблемы, внесение необходимых дополнений и коррективов в план и способ действий в случае расхождения эталона. Реального действия и его результата с учётом оценки этого результата самими обучающимся, учителем, товарищами.

Познавательные: моделирование ситуации из жизни, постановка и формулирование проблемы, самостоятельное создание алгоритмов деятельности при решении проблем творческого и поискового характера, выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий, рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

Коммуникативные: умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли в соответствии с задачами и условиями коммуникации; владение монологической и диалогической формами речи, умение работать индивидуально и в парах.

Тип урока: урок изучения материала.

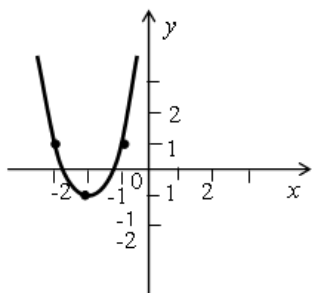
Оборудование: интерактивная доска, ноутбук, презентация.

Ход урока

I. Организационный момент.

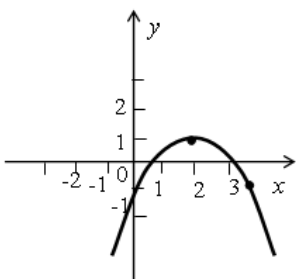
II. Устная работа.

Определите, график какой функции изображен на рисунке:



a)

$$\begin{aligned}y &= x^2 - 2x - 1; \\y &= -2x^2 - 8x; \\y &= x^2 - 4x - 1; \\y &= 2x^2 + 8x + 7; \\y &= 2x^2 - 1.\end{aligned}$$



б)

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x^2 - 2x; \\y &= -\frac{1}{2}x^2 + 4x + 1; \\y &= -x^2 - 4x + 1; \\y &= -x^2 + 4x - 1; \\y &= -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1.\end{aligned}$$

III. Формирование умений и навыков.

Упражнения:

- № 127 (а).
- № 129.

Решение

Прямая $y = 6x + b$ касается параболы $y = x^2 + 8$, то есть имеет с ней только одну общую точку в том случае, когда уравнение $6x + b = x^2 + 8$ будет иметь единственное решение.

Это уравнение является квадратным, найдем его дискриминант:

$$x^2 - 6x + 8 + b = 0;$$

$$D_1 = 9 - (8 - b) = 1 + b;$$

$D_1 = 0$, если $1 + b = 0$, то есть $b = -1$.

О т в е т: $b = -1$.

3. Выявить влияние коэффициентов a , b и c на расположение графика функции $y = ax^2 + bx + c$.

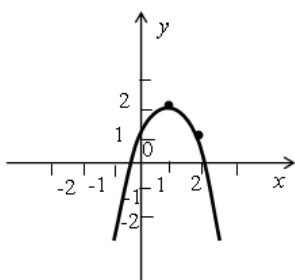
Учащиеся обладают достаточными знаниями, чтобы выполнить это задание самостоятельно. Следует предложить им все полученные выводы занести в тетрадь, при этом выделив «основную» роль каждого из коэффициентов.

1) Коэффициент a влияет на направление ветвей параболы: при $a > 0$ – ветви направлены вверх, при $a < 0$ – вниз.

2) Коэффициент b влияет на расположение вершины параболы. При $b = 0$ вершина лежит на оси OY .

3) Коэффициент c показывает точку пересечения параболы с осью OY .

После этого можно привести пример, показывающий, что можно сказать о коэффициентах a , b и c по графику функции.



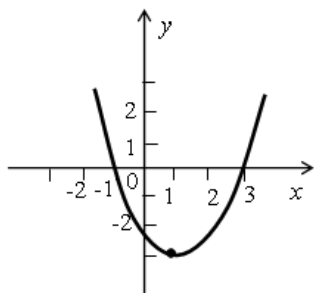
Значение c можно назвать точно: поскольку график пересекает ось OY в точке $(0; 1)$, то $c = 1$.

Коэффициент a можно сравнить с нулем: так как ветви параболы направлены вниз, то $a < 0$.

Знак коэффициента b можно узнать из формулы, определяющей абсциссу вершины параболы: $m =$

$$-\frac{b}{2a}, \text{ так как } a < 0 \text{ и } m = 1, \text{ то } b > 0.$$

4. Определите, график какой функции изображен на рисунке, опираясь на значение коэффициентов a , b и c .



а)

$$y = -x^2 + 2x;$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2;$$

$$y = 2x^2 - 3x - 2;$$

$$y = x^2 - 2.$$

Р е ш е н и е

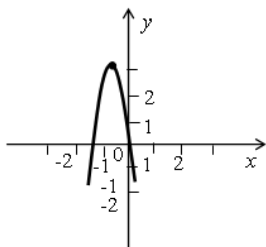
По изображенному графику делаем следующие выводы о коэффициентах a , b и c :

$a > 0$, так как ветви параболы направлены вверх;

$b \neq 0$, так как вершина параболы не лежит на оси OY ;

$c = -2$, так как парабола пересекает ось ординат в точке $(0; -2)$.

Всем этим условиям удовлетворяет только функция $y = 2x^2 - 3x - 2$.



б)

$$y = x^2 - 2x;$$

$$y = -2x^2 + x + 3;$$

$$y = -3x^2 - x - 1;$$

$$y = -2,7x^2 - 2x.$$

Решение

По изображенному графику делаем следующие выводы о коэффициентах a , b и c :

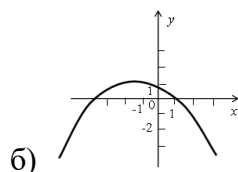
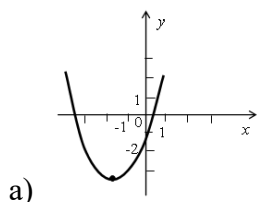
$a < 0$, так как ветви параболы направлены вниз;

$b \neq 0$, так как вершина параболы не лежит на оси OY ;

$c = 0$, так как парабола пересекает ось OY в точке $(0; 0)$.

Всем этим условиям удовлетворяет только функция $y = -2,7x^2 - 2x$.

5. По графику функции $y = ax^2 + bx + c$ определите знаки коэффициентов a , b и c :



Решение

а) Ветви параболы направлены вверх, поэтому $a > 0$.

Парабола пересекает ось ординат в нижней полуплоскости, поэтому $c < 0$. Чтобы узнать знак

коэффициента b воспользуемся формулой для нахождения абсциссы вершины параболы: $m = -\frac{b}{2a}$. По графику видно, что $m < 0$, и мы определим, что $a > 0$. Поэтому $b > 0$.

б) Аналогично определяем знаки коэффициентов a , b и c :

$a < 0$, $c > 0$, $b < 0$.

Сильным в учебе учащимся можно дать дополнительно выполнить № 247.

Решение

$$y = x^2 + px + q.$$

а) По теореме Виета, известно, что если x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + px + q = 0$ (то есть нули данной функции), то $x_1 \cdot x_2 = q$ и $x_1 + x_2 = -p$. Получаем, что $q = 3 \cdot 4 = 12$ и $p = -(3 + 4) = -7$.

б) Точка пересечения параболы с осью OY даст значение параметра q , то есть $q = 6$. Если график функции пересекает ось OX в точке $(2; 0)$, то число 2 является корнем уравнения $x^2 + px + q = 0$. Подставляя значение $x = 2$ в это уравнение, получим, что $p = -5$.

в) Своего наименьшего значения данная квадратичная функция достигает в вершине параболы,

$$-\frac{p}{2} = 6$$

поэтому $-\frac{p}{2} = 6$, откуда $p = -12$. По условию значение функции $y = x^2 - 12x + q$ в точке $x = 6$ равно 24. Подставляя $x = 6$ и $y = 24$ в данную функцию, находим, что $q = 60$.

IV. Проверочная работа.

В а р и а н т 1

1. Постройте график функции $y = 2x^2 + 4x - 6$ и найдите, используя график:

а) нули функции;

б) промежутки, в которых $y > 0$ и $y < 0$;

в) промежутки возрастания и убывания функции;

г) наименьшее значение функции;

д) область значения функции.

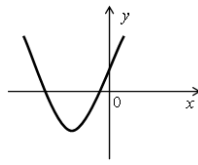
2. Не строя график функции $y = -x^2 + 4x$, найдите:

а) нули функции;

б) промежутки возрастания и убывания функции;

в) область значения функции.

3. По графику функции $y = ax^2 + bx + c$ определите знаки коэффициентов a , b и c :



В а р и а н т 2

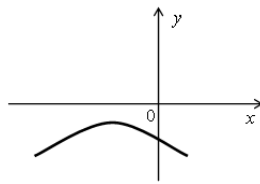
1. Постройте график функции $y = -x^2 + 2x + 3$ и найдите, используя график:

- нули функции;
- промежутки, в которых $y > 0$ и $y < 0$;
- промежутки возрастания и убывания функции;
- наибольшее значение функции;
- область значения функции.

2. Не строя график функции $y = 2x^2 + 8x$, найдите:

- нули функции;
- промежутки возрастания и убывания функции;
- область значения функции.

3. По графику функции $y = ax^2 + bx + c$ определите знаки коэффициентов a , b и c :



V. Итоги урока.

В о п р о с ы у ч а щ и м с я:

- Опишите алгоритм построения квадратичной функции.
- Перечислите свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ при $a > 0$ и при $a < 0$.
- Как влияют коэффициенты a , b и c на расположение графика квадратичной функции?

Домашнее задание: № 127 (б), № 128, № 248.

Д о п о л н и т е л ь н о: № 130.